

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
(МОДУЛЯ)**

Наименование дисциплины (модуля): Основные направления развития
топологии

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки: Информатика. Математика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Ладешкин М. В., канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 12
от 14.06.2018 года

Зав. кафедрой  Ладешкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой  М.В. Ладешкин

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - сформировать представление о будущего учителя о топологии как разделе математики, ее основных задачах, возможности использования при постановке и решении исследовательских задач в предметной области

Задачи дисциплины:

изучить основные положения топологии, рассмотреть возможность их изучения в школьном курсе;

научиться решать простейшие вычислительные задачи алгебраической топологии..

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.18.01 «Основные направления развития топологии» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 5 курсе, в 10 семестре.

Для изучения дисциплины требуется: владение навыками дифференциального исчисления, знание основных алгебраических понятий, умение представлять математические модели геометрических объектов

Изучению дисциплины «Основные направления развития топологии» предшествует освоение дисциплин (практик):

Математический анализ;

Алгебра;

Геометрия.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Основные направления развития топологии», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования научно-исследовательская деятельность
--

ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования	знать: - основные понятия общей топологии и их применение в школьном курсе математики; - вычислительные методы алгебраической топологии; уметь: - вычислять гомологии простейших цепных комплексов ; - проводить классификацию точек топологического пространства в различных топологиях и применять ее в решении исследовательских задач в области образования, в частности, для создания элективных курсов; владеть: - навыками построения непрерывных отображений топологических пространств..
---	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Десятый семестр
Контактная работа (всего)	30	30
Лекции	30	30
Самостоятельная работа (всего)	42	42
Виды промежуточной аттестации		
Зачет		+
Общая трудоемкость часы	72	72
Общая трудоемкость зачетные единицы	2	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

5.2. Модуль 1. Общая топология:

Открытые множества. Топологические пространства. База топологии. Задание топологии на бесконечных множествах. Непрерывные отображения. Операции над отображениями. Свойства непрерывных отображений. Теория инвариантов. Непрерывные отображения на конечных множествах. Конструирование топологических пространств.

Модуль 2. Цепные комплексы:

Понятие цепного комплекса. Цепи и границы в цепном комплексе. Гомологии цепного комплекса. Вычисление гомологий. Клеточные разбиения. Клеточные комплексы топологических пространств. Основные приемы вычисления гомологий.

5.3. Содержание дисциплины: Лекции (30 ч.)

Модуль 1. Общая топология (16 ч.)

Тема 1. Открытые множества. Топологические пространства (2 ч.)

Понятие топологического пространства. Примеры топологического пространства. Открытые множества. Замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств. Способы задания топологии

Тема 2. База топологии. Задание топологии на бесконечных множествах. (2 ч.)

Задание топологического пространства базой топологии. База топологии на пространстве вещественных чисел. Экзотические топологии

Тема 3. Непрерывные отображения (2 ч.)

Определение непрерывного отображения. Примеры непрерывных отображений в различных топологиях. Способы задания непрерывных отображений

Тема 4. Операции над отображениями. (2 ч.)

Цилиндр отображения. Конус отображения. Надстройка над отображениями.
Произведение отображений

Тема 5. Свойства непрерывных отображений (2 ч.)

Теорема Брауэра. Ядро и образ непрерывного отображения. Сужение отображений.
Редукция отображения.

Тема 6. Теория инвариантов (2 ч.)

Основные инварианты при непрерывных отображениях

Тема 7. Непрерывные отображения на конечных множествах (2 ч.)

Примеры построения непрерывных отображений на конечных множествах.
Проверка навыков студентов по построению непрерывных отображений

Тема 8. Конструирование топологических пространств (2 ч.)

Цилиндр, конус и надстройка над отображениями топологических пространств.

Модуль 2. Цепные комплексы (14 ч.)

Тема 9. Понятие цепного комплекса (2 ч.)

Понятие дифференциала. Понятие цепного комплекса. Примеры цепных комплексов.

Тема 10. Цепи и границы в цепном комплексе. (2 ч.)

Свойства дифференциала. Понятие цепей и границ в цепном комплексе.

Тема 11. Гомологии цепного комплекса (2 ч.)

Понятие гомологий цепного комплекса. Теорема о гомологиях цепного комплекса.

Тема 12. Вычисление гомологий (2 ч.)

Вычисление гомологий простейших комплексов. Короткие и длинные точные последовательности.

Тема 13. Клеточные разбиения (2 ч.)

Понятие клетки. Клеточное разбиение. Клеточные разбиения основных топологических пространств.

Тема 14. Клеточные комплексы топологических пространств (2 ч.)

Клеточный комплекс топологического пространства. Вычисления гомологий с помощью клеточного разбиения.

Тема 15. Основные приемы вычисления гомологий. (2 ч.)

Основные приемы вычисления гомологий. Фронтальный опрос. Деловая игра по коллективному вычислению гомологий.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы Десятый семестр (42 ч.)

Модуль 1. Общая топология (21 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Общая топология" Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по общей топологии

Модуль 2. Цепные комплексы (21 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Гомологии и гомотопии" Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по вычислению гомологий цепных комплексов (при заданной короткой и длинной точных последовательностях)

7. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины
ПК-11	5 курс, Десятый семестр	Зачет	Модуль 1: Общая топология.
ПК-11	5 курс, Десятый семестр	Зачет	Модуль 2: Цепные комплексы.

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-11 формируется в процессе изучения дисциплин:

Аналитические методы исследования геометрических объектов, Визуализация решений математических задач, Воспитательная работа в обучении математике, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Информационные технологии в научных исследованиях, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Компьютерная обработка результатов научного исследования, Методика обучения информатике, Методика обучения математике, Методы принятия решений, Научно-исследовательская работа, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Подготовка учебных и научных документов в LaTeX; Современные проблемы геометрии, Современный урок математики, Специальные методы математического моделирования, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики.

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
--------------------------	---	-------------------------

компетенции	Зачет	
Повышенный	зачтено	90 – 100%
Базовый	зачтено	76 – 89%
Пороговый	зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	незачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
Зачтено	Студент знает: основные положения общей топологии, понятия цепного комплекса, Владеет вычислительными навыками техники гомологий. Умеет приводить примеры построения цепных комплексов.
Незачтено	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.

8.3. Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Общая топология

Модуль 1: Общая топология

ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования

1. Сформулируйте определение топологического пространства.
2. Опишите классификацию точек в топологическом пространстве. Приведите примеры в различных топологиях. Опишите возможность изучения этих вопросов в школьном курсе
3. Опишите открытые и замкнутые множества.
4. Сформулируйте определение внутренних, внешних, предельных, граничных и изолированных точек в топологическом пространстве
5. Приведите примеры непрерывных отображений в различных топологических пространствах.

Модуль 2: Цепные комплексы

ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования

1. Приведите два примера клеточного разбиения сферы. Опишите методику знакомства школьников с данными понятиями
2. Опишите понятие клеточного пространства. Опишите методику знакомства школьников с данными понятиями
3. Приведите примеры цепных комплексов и точных последовательностей.
4. Опишите понятие гомологий цепных комплексов.
5. Приведите примеры вычисления гомологий.
6. Опишите основные методы вычисления гомологий.

8.4. Десятый семестр (Зачет, ПК-11)

1. Опишите понятия конуса, цилиндра и надстройки над отображениями топологических

пространств. Приведите примеры

2. Сформулируйте определение топологического пространства. Опишите открытое и замкнутые множества. Приведите примеры топологических пространств.

3. Сформулируйте определение непрерывного отображения. Приведите примеры непрерывных отображений в различных топологических пространствах.

4. Опишите классификацию точек в топологическом пространстве. Сформулируйте определение внутренних, внешних, предельных, граничных и изолированных точек в топологическом пространстве. Приведите примеры в различных топологиях

5. Опишите основные способы построения топологических пространств: конус и надстройка над топологическими пространствами. Приведите примеры.

6. Приведите примеры клеточных разбиений классических пространств

7. Описать конус и надстройку над окружностью с топологией, индуцированной стандартной топологией

8. Опишите понятие цепного комплекса. Приведите примеры цепных комплексов и точных последовательностей

9. Опишите понятие гомологий цепных комплексов. Приведите примеры вычисления гомологий. Опишите основные методы вычисления гомологий.

10. Классифицируйте точки равностороннего треугольника в тривиальной, дискретной и топологии, индуцированной топологией плоскости

11. Приведите два примера клеточного разбиения сферы

12. Сформулируйте понятие клеточного пространства, приведите примеры

13. Опишите методы вычисления гомологий

14. Опишите понятие гомотопии. Рассмотрите методы вычисления гомотопий

15. Рассмотрите примеры вычисления цепных комплексов

16. Опишите понятие гомотопической группы

17. Рассмотрите и докажите теорему Брауэра о неподвижной точке

18. Вычислите гомотопические группы сфер в малых размерностях

19. Опишите понятие гомотопической устойчивости. Приведите пример гомотопически устойчивых структур

20. Опишите топологические свойства метрических пространств

21. Рассмотрите задание топологии на метрическом пространстве

22. Опишите связь между гомологиями и гомотопиями.

23. Опишите вычисление второй группы гомотопий

24. Рассмотрите примеры использования топологических свойств при доказательстве утверждений математического анализа и геометрии

25. Опишите методику рассмотрения простейших топологических свойств в школьном курсе

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета

Зачет позволяет оценить сформированность компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, готовность к практической деятельности, приобретенные навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение

навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы

по изучаемой проблеме;

- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;
- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;
- по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Глазырина, П.Ю. Нормированные пространства. Типовые задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие / П.Ю. Глазырина, М.В. Дейкалова, Л.Ф. Коркина. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 108 с. – Режим доступа:

https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=239621&sr=1.

2. Игнаточкина, Л. А. Топология для бакалавров математики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.А. Игнаточкина. - М. : Прометей, 2016. - 88 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=437314&sr=1.

3. Элементарная топология [Электронный ресурс] / О. Я. Виро, О. А. Иванов, Н. Ю. Нецветаев, В. М. Харламов. - Москва : МЦНМО, 2010. - 368 с. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=64196&sr=1.

Дополнительная литература

1. Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии / В.П. Кузовлев. – Москва : Физматлит, 2012. – 207 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275554>. – Текст электронный.

2. Мищенко, А.С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. – Москва : Физматлит, 2004. – 300 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322>. – Текст : электронный.

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://school-collection.edu.ru> - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

2. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma - Математический анализ: учебники, лекции сайты, примеры В данном разделе предлагаются ссылки на лучшие материалы по математическому анализу.

3. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> - Вся математика в одном месте. Это математически портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика.

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;

- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной методизложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения.

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационных справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)
2. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn---8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Читальный зал.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (компьютер 10 шт., проектор с экраном 1 шт., многофункциональное устройство 1 шт., принтер 1 шт.)

Учебно-наглядные пособия:

Учебники и учебно-методические пособия, периодические издания, справочная литература.

Стенды с тематическими выставками.